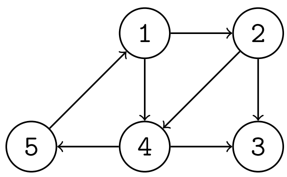
TD 7 : Graphes

1 Calcul des composantes fortement connexes

Rappel : Les composantes fortement connexes d'un graphe sont les classes d'équivalence pour la relation $i \equiv j \Leftrightarrow i \rightsquigarrow^* j$ et $j \rightsquigarrow^* i$.

1.1 Algorithme de Kosaraju

QUESTION 1 – Appliquer l'algorithme de Kosaraju au graphe ci-dessous.



1.2 Algorithme de Tarjan

Fonction CFC
  $date \leftarrow 0$
  $Debut \leftarrow$ [0, 0, ..., 0]
  $P \leftarrow$ PILE_VIDE()
  $N_{\text{CFC}} \leftarrow 0$
  $CFC \leftarrow$ [0, 0, ..., 0]
  pour tout $i \in S$ **faire**
    si $Debut[i] = 0$ **alors**
      TARJAN(i)
  renvoyer(CFC)

Fonction TARJAN(i)
  $date \leftarrow date + 1$
  $Debut[i] \leftarrow date$
  $min \leftarrow Debut[i]$
  EMPILER(P, i)
  pour tout $j \in Adj[i]$ **faire**
    si $Debut[s] = 0$ **alors**
      $min \leftarrow$ MIN(min, TARJAN(j))
    sinon
      si $CFC[j] = 0$ **alors**
        min $\leftarrow$ MIN(min, DEBUT[j]
  si min = DEBUT(i) **alors**
    $N_{\text{CFC}} N_{\text{CFC}}$ + 1
    faire
      $k \leftarrow$ DEPILER(P)
      $CFC[k] \leftarrow N_{\text{CFC}}$
    tant que $k \neq i$
  renvoyer(min)

QUESTION 2 – À l'instar de l'algorithme de Kosaraju, l'algorithme de Tarjan permet de calculer les CFC d'un graphe. Appliquer l'algorithme de Tarjan au graphe G_2. Quelles différences existe-t-il entre ces deux algorithmes ?

2 Tri topologique par élimination de sources

On appelle source tout noeud n'étant la destination d'aucune arête. Proposez une méthode alternative pour réaliser le tri topologique d'un graphe dirigé acyclique en remarquant que les sources correspondent à des tâches devant être effectuées en premier.

3 2-colorabilité

Une *k-coloration* d'un graphe non-orienté $G = (S, A)$ est une fonction $c : S \to [\![0, k-1]\!]$ telle que $c(u) \neq c(v)$ pour toute arête $(u, v) \in A$.

QUESTION 3 – Montrer que tout arbre est *2-coloriable.*

QUESTION 4 – Proposer un algorithme permettant de décider si un graphe est *2-coloriable.*